

# Conduction quantique et Physique mésoscopique



## Survol...

...quelques transparents du cours  
destinés à présenter une esquisse des sujets abordés

Gilles Montambaux

[www.lps.u-psud.fr/users/gilles](http://www.lps.u-psud.fr/users/gilles)

# Plan du cours

Les matériaux

Les limitations de la description classique

Le domaine de la physique mésoscopique

Formalisme de Landauer : conductance d'un circuit quantique

Transport balistique

L'effet Hall quantique

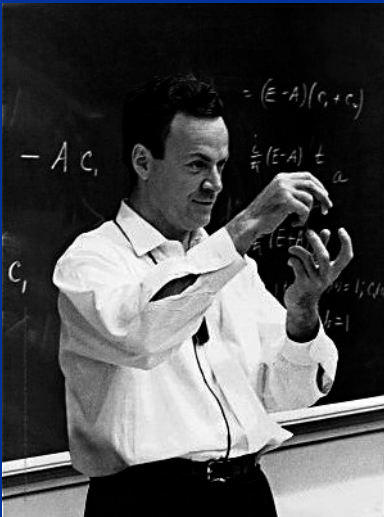
Cohérence de phase et désordre

De l'équation de Schrödinger à l'équation de diffusion

Localisation faible et rétrodiffusion cohérente en optique

Fluctuations universelles de conductance et speckle en optique

La théorie des matrices aléatoires



**There's Plenty of Room at the Bottom**  
*An Invitation to Enter a New Field of Physics*  
1959

*R.P. Feynman (1918-1988)*

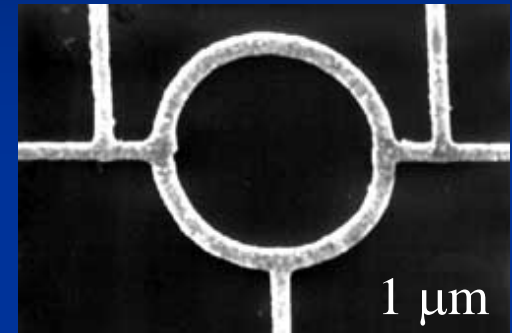
# Les matériaux

## Métaux

Or, Argent, Cuivre,...

Transport diffusif

$$l_e \sim 10 \text{ nm}$$

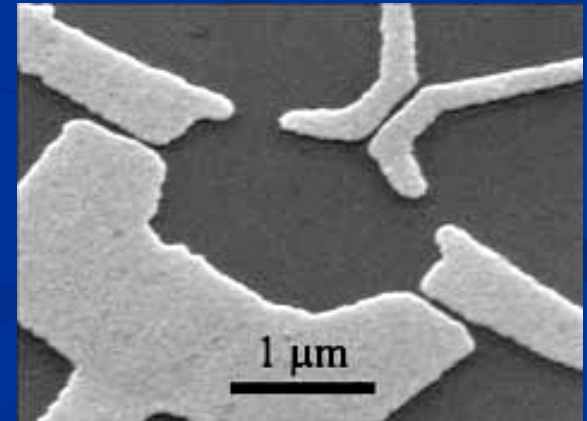


## Hétérostructures de semiconducteurs

GaAs-AlGaAs

Transport diffusif ou balistique

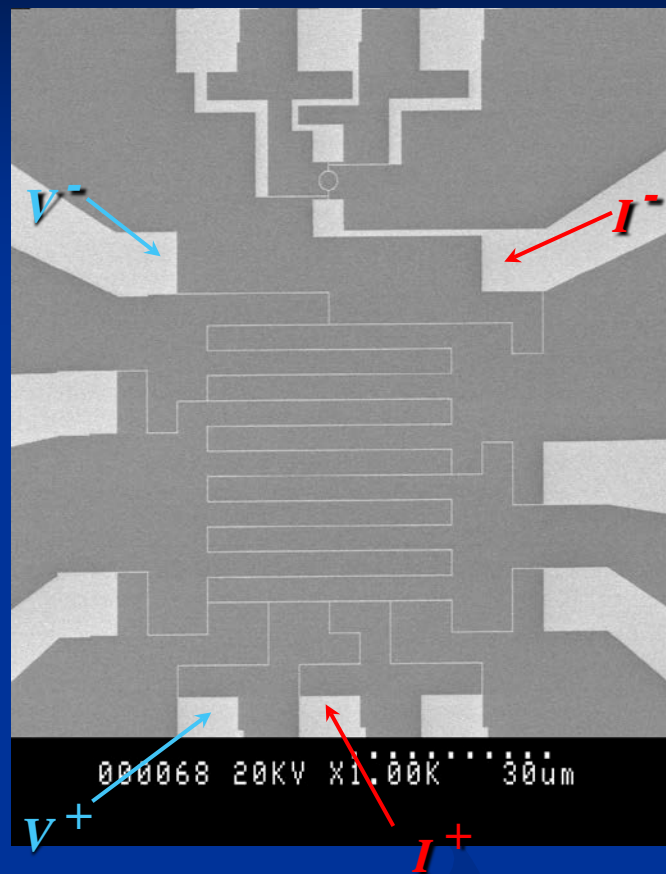
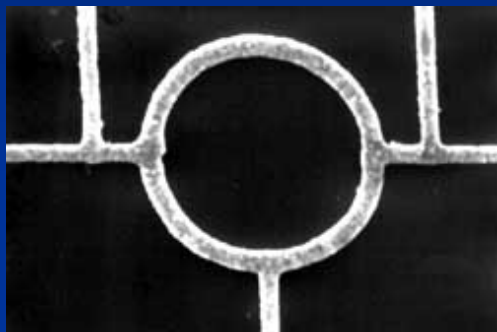
$$l_e \sim 10 \mu\text{m}$$



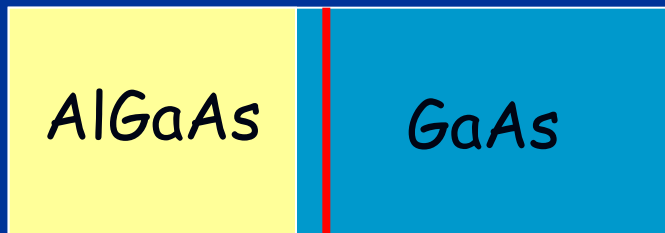
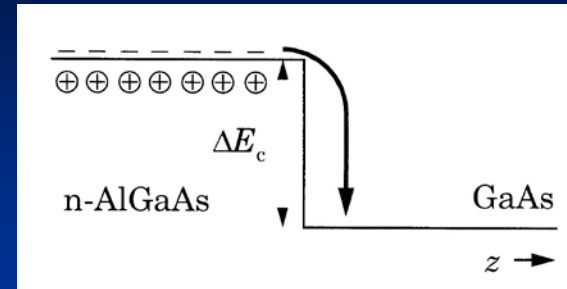
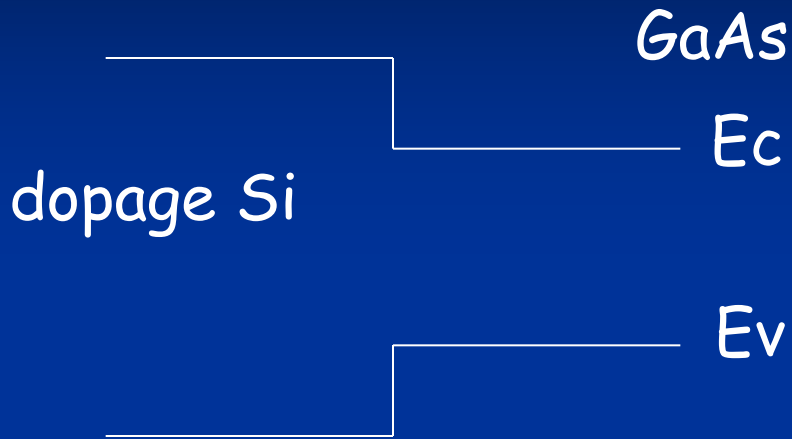
Gaz 2D

# Fil métallique gravé : exemples

1  $\mu\text{m}$

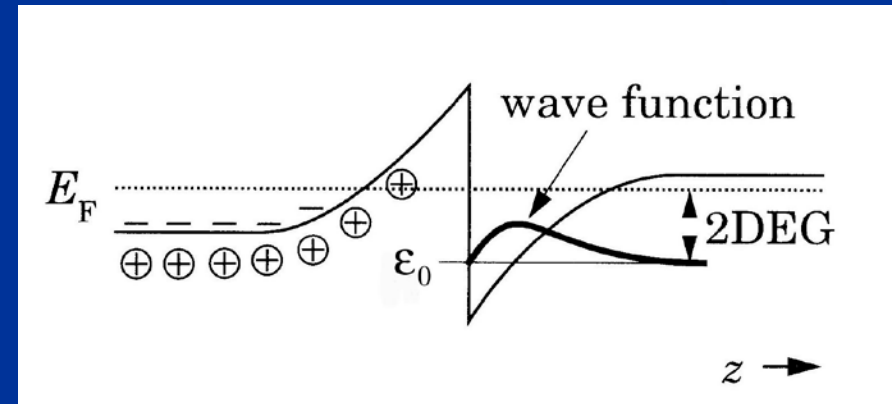


# Hétérojonctions de semiconducteurs III-V



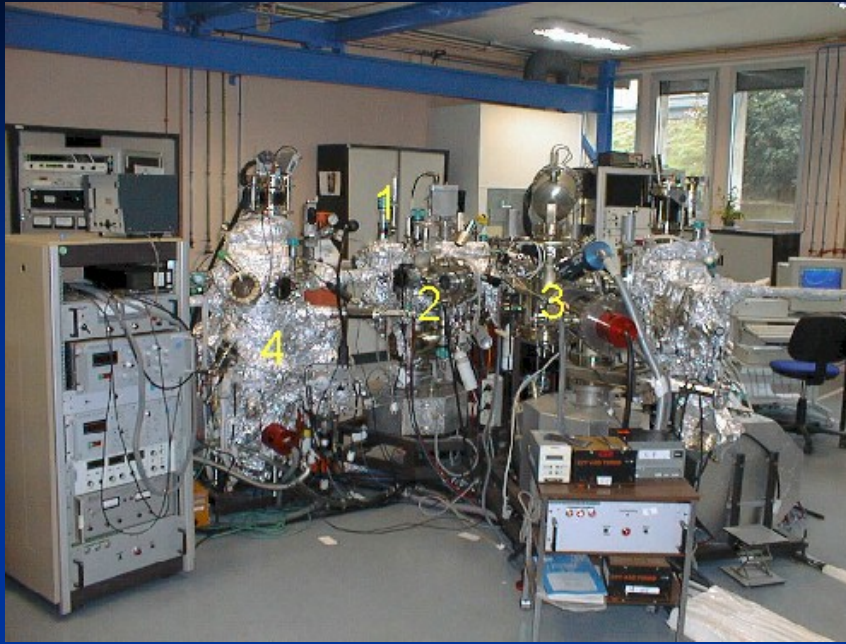
$E_g \sim 1.9 \text{ eV}$

$E_g \sim 1.5 \text{ eV}$

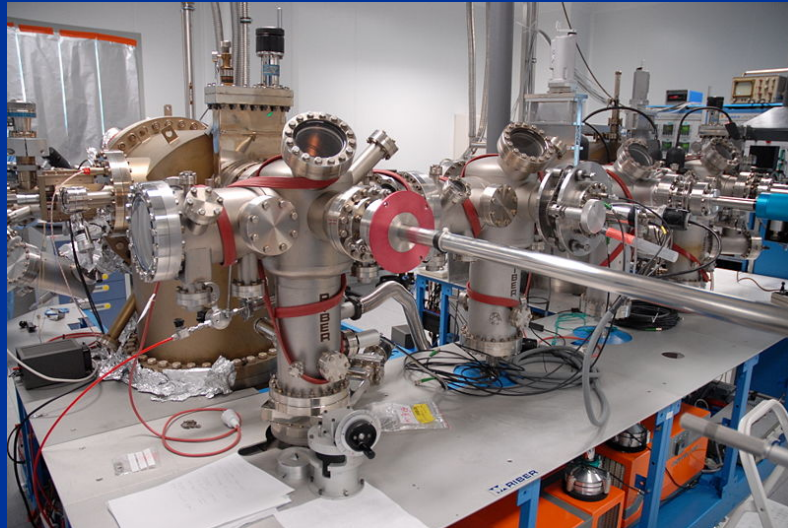
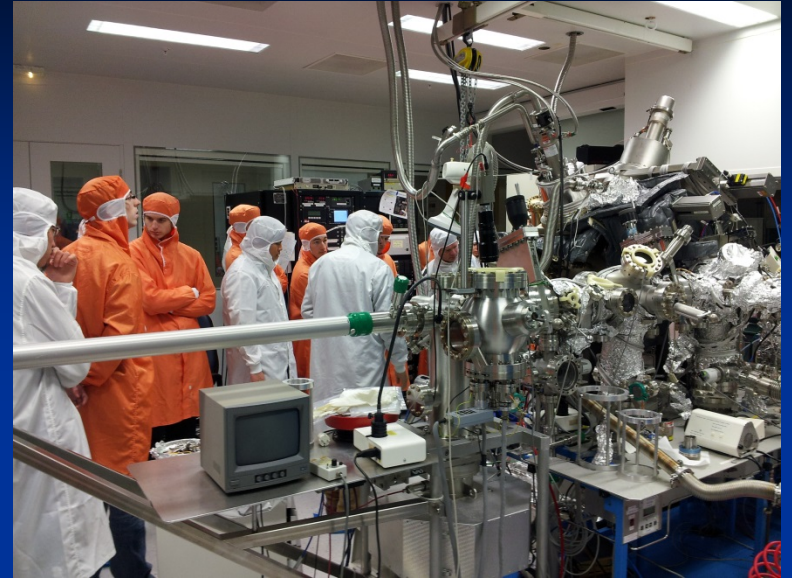


cf. tableau

Saclay

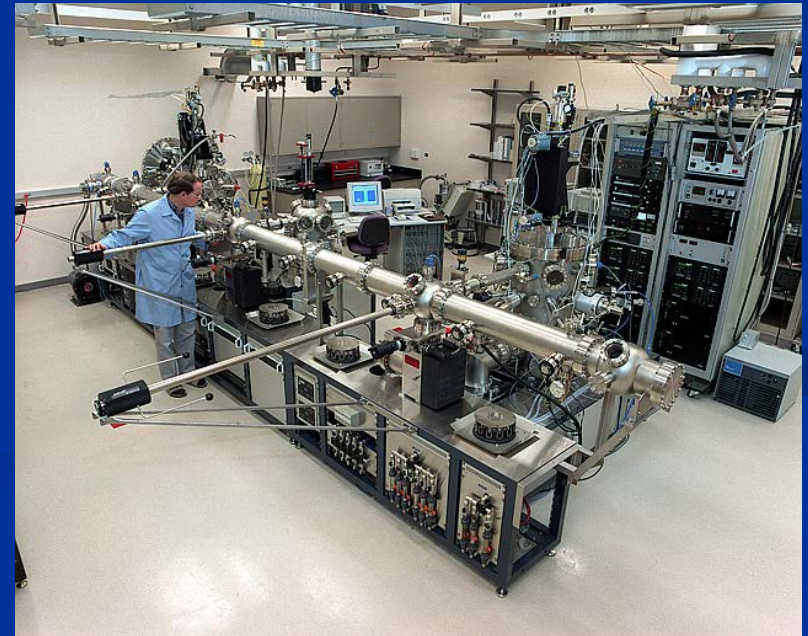


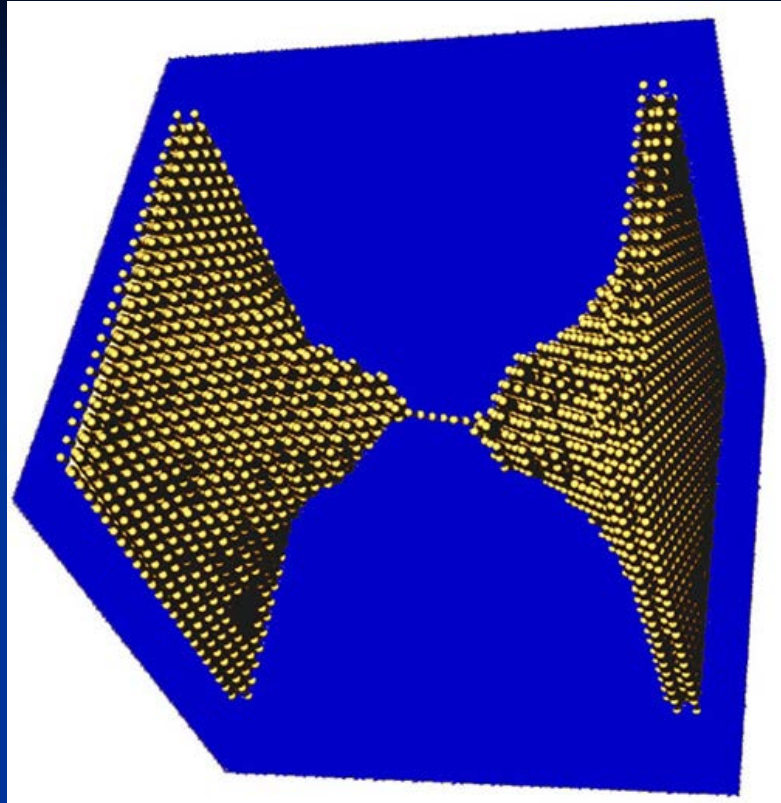
LPN, Marcoussisy



Toulouse

W. Wiley center, US





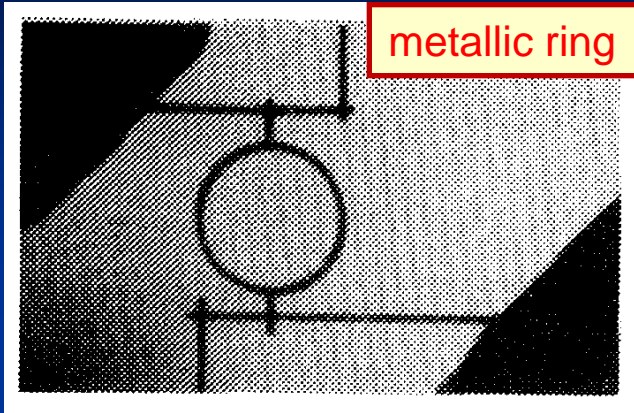
$$G \neq \sigma \frac{S}{L}$$

La conductance de ce contact d'atomes d'Or est-elle reliée à la conductivité de l'Or, suit-elle la loi d'Ohm?

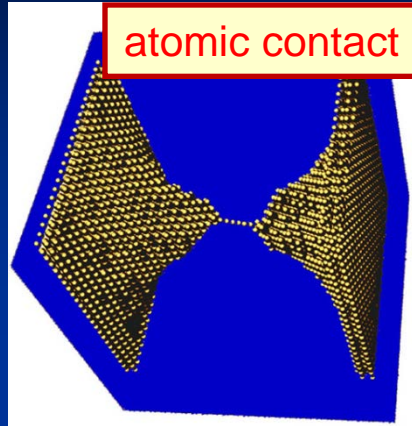
NON → nouveaux concepts, nouveaux outils



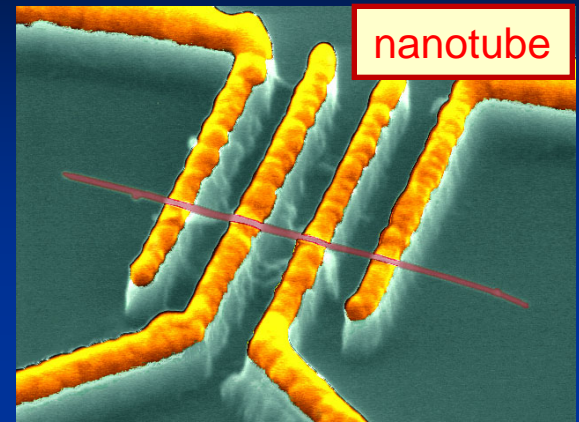
# Qu'est ce que la conductance?



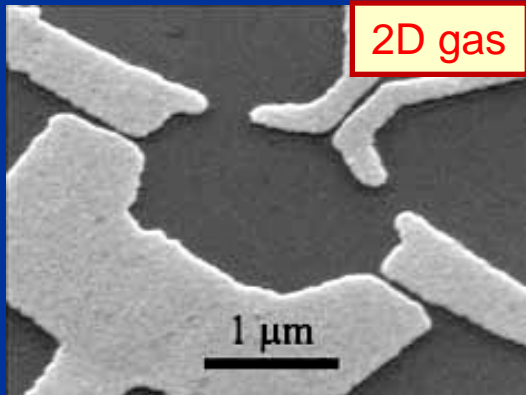
metallic ring



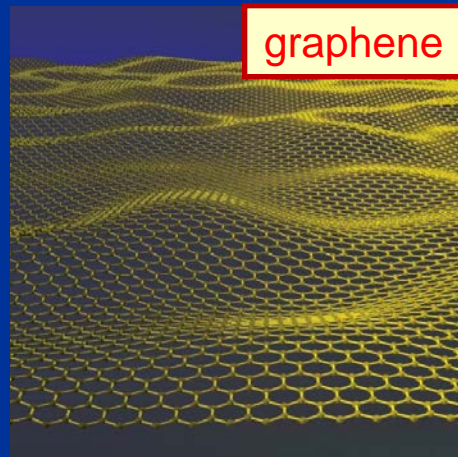
atomic contact



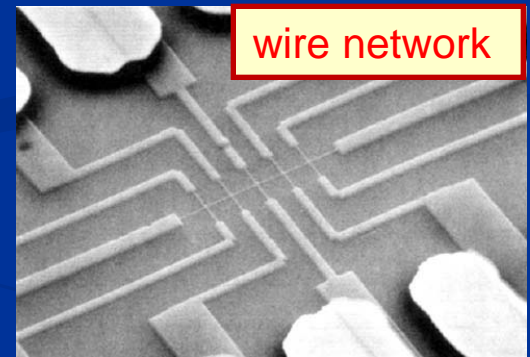
nanotube



2D gas

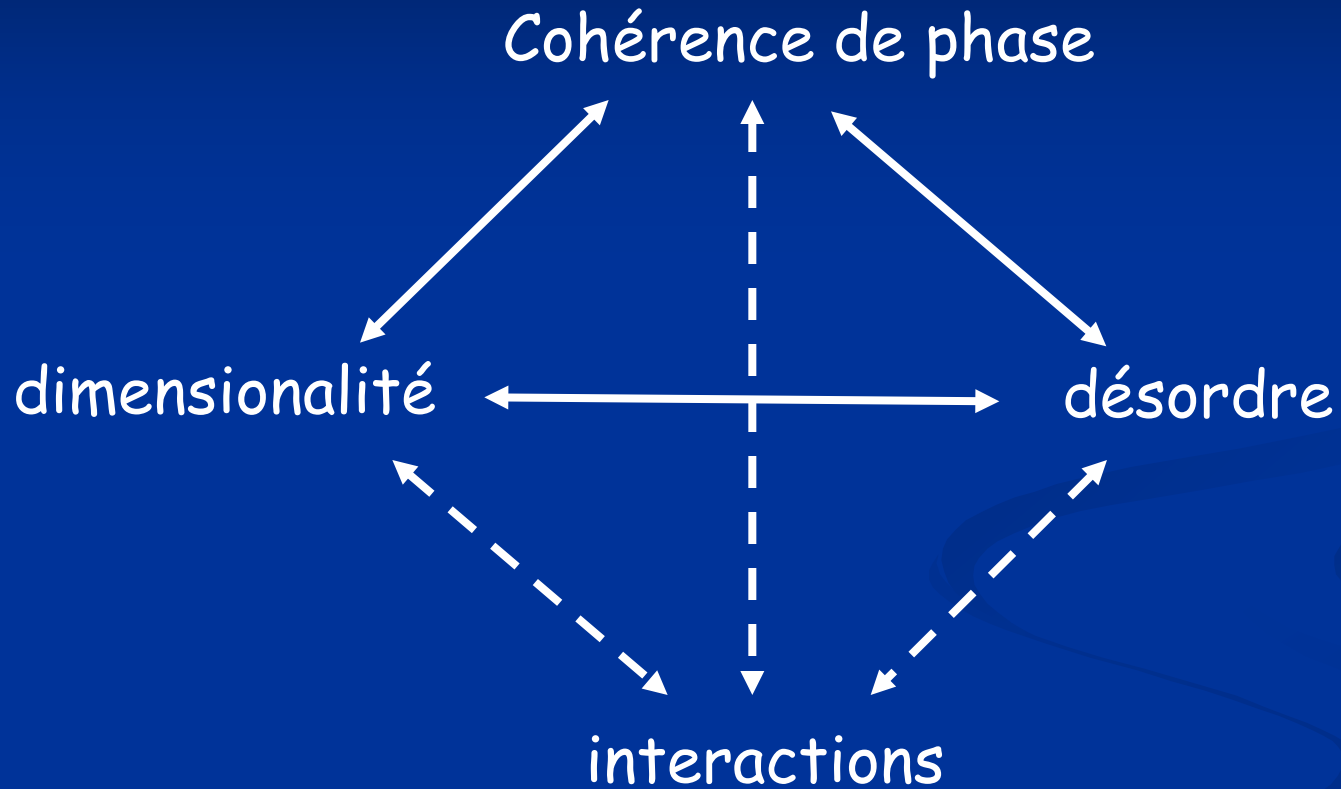


graphene



wire network

# Le triangle mésoscopique

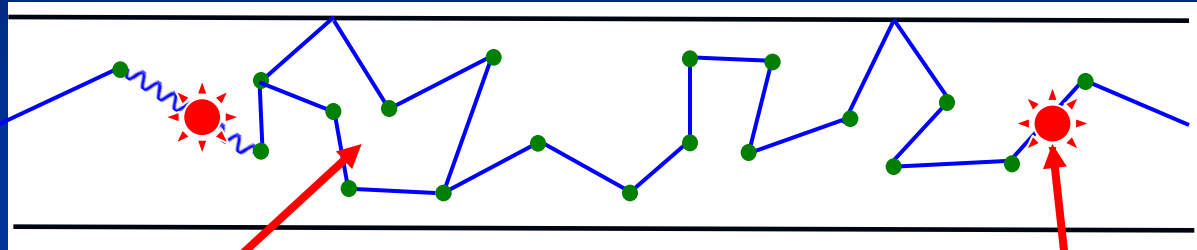


$l_e$ 

libre parcours moyen : distance entre collisions élastiques

$$\lambda_F \ll l_e$$

$$l_e = v_F \tau_e$$



interference

 $L_\phi$ 

Les collisions élastiques ne brisent pas la cohérence de phase

Les interactions avec un degré de liberté extérieur (phonons, électrons, impuretés de spin) brisent la cohérence de phase

 $L_\phi(T)$ 

longueur de cohérence de phase

$$L_\phi = \sqrt{D\tau_\phi}$$

A partir de quelle échelle, de nouveaux concepts sont-ils indispensables?

nanoscopique

macroscopique

1nm

10–1000nm

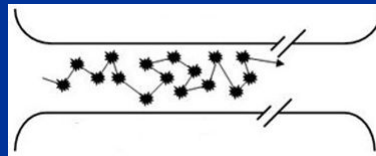
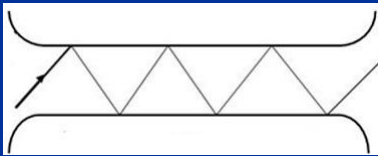
1 $\mu$ m

$l_e$

$L_\phi$

ballistique

diffusif



mésoscopique

$l_e$

Libre parcours moyen : distance entre collisions élastiques

$L_\phi(T)$

Longueur de cohérence de phase

$$L < L_\phi$$

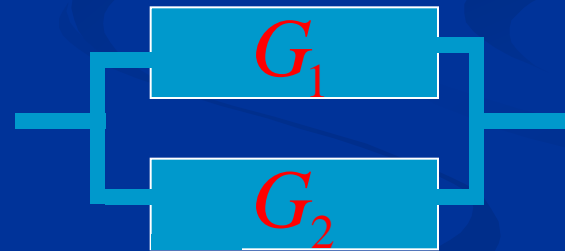
Nouveaux comportements non classiques

$$R \neq R_1 + R_2$$



$$R \neq \frac{\rho L}{S}$$

$$G \neq G_1 + G_2$$

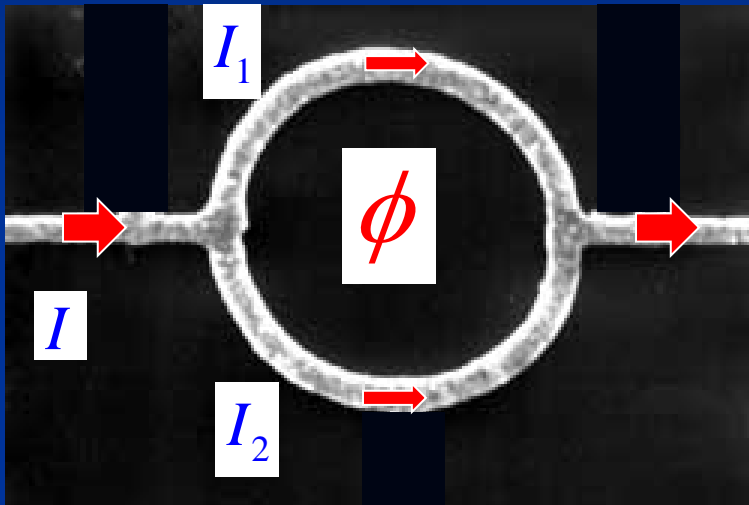


$$G \neq \sigma \frac{S}{L}$$

R. Webb (IBM, 1985)

L'expérience fondatrice de la Physique mésoscopique

$1\mu\text{m}$



Physique classique

Loi d'Ohm

$$I = I_1 + I_2$$

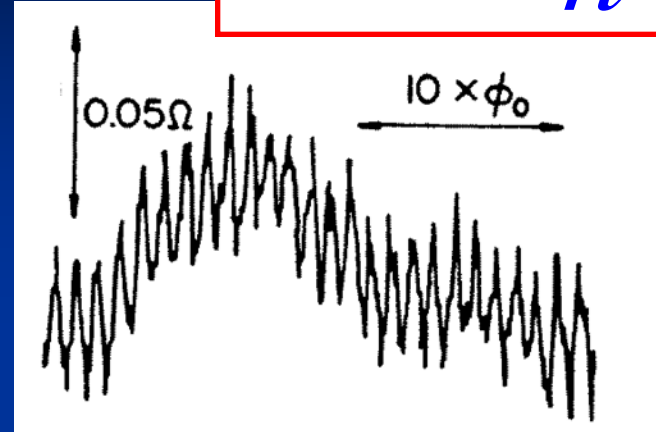
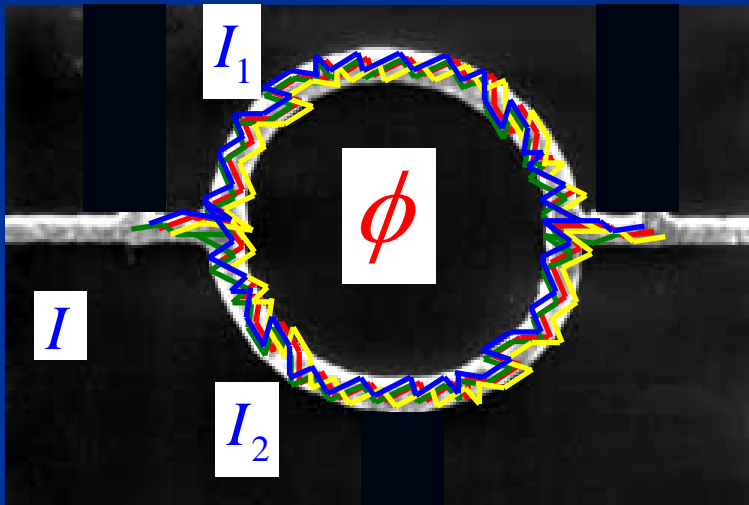


R. Webb (IBM, 1985)

L'expérience fondatrice de la Physique mésoscopique

$$\delta G \sim \frac{e^2}{h} \ll G$$

1  $\mu\text{m}$



$$\phi_0 = \frac{h}{e}$$

$$I = I_1 + I_2 + I_{\text{int}} \cos \frac{2\pi\phi}{\phi_0}$$

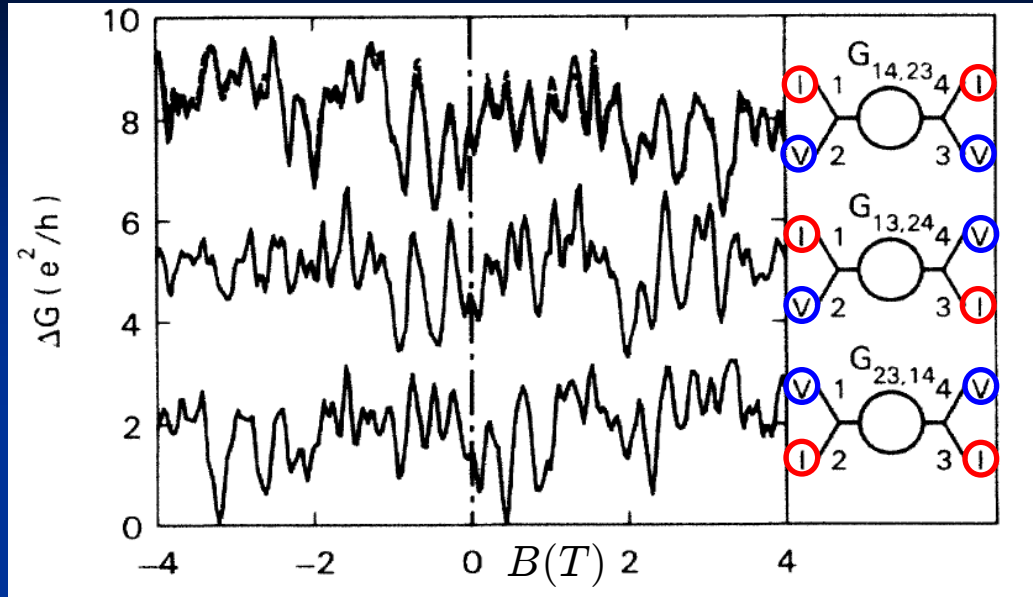
Interférences entre ondes électroniques (cf. trous d'Young)

Aharonov-Bohm effect (1959)

$$l_e \ll L < L_\phi$$

$$l_e \ll L < L_\phi$$

# Fluctuations reproductibles de conductance



~~$$G = \frac{I}{V}$$~~



$$G_{ij,kl} = \frac{I_{ij}}{V_{kl}}$$

$$\delta G \sim \frac{e^2}{h}$$

La conductance ne dépend pas que du système à étudier, mais aussi de sa connexion au monde extérieur

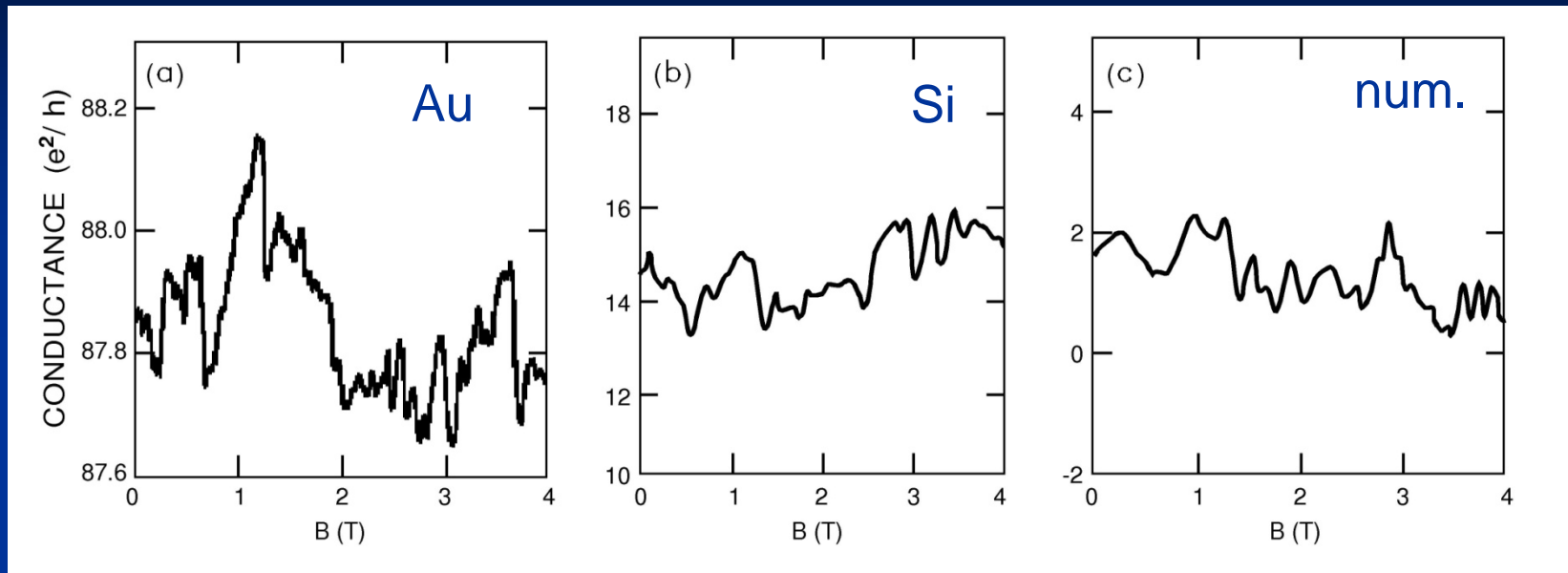
L'expérience mesure une conductance et pas une conductivité

La conductivité de Drude est une description moyenne, valide si  $L_\phi < L$

→ Aller au-delà de la moyenne et décrire les interférences, les fluctuations



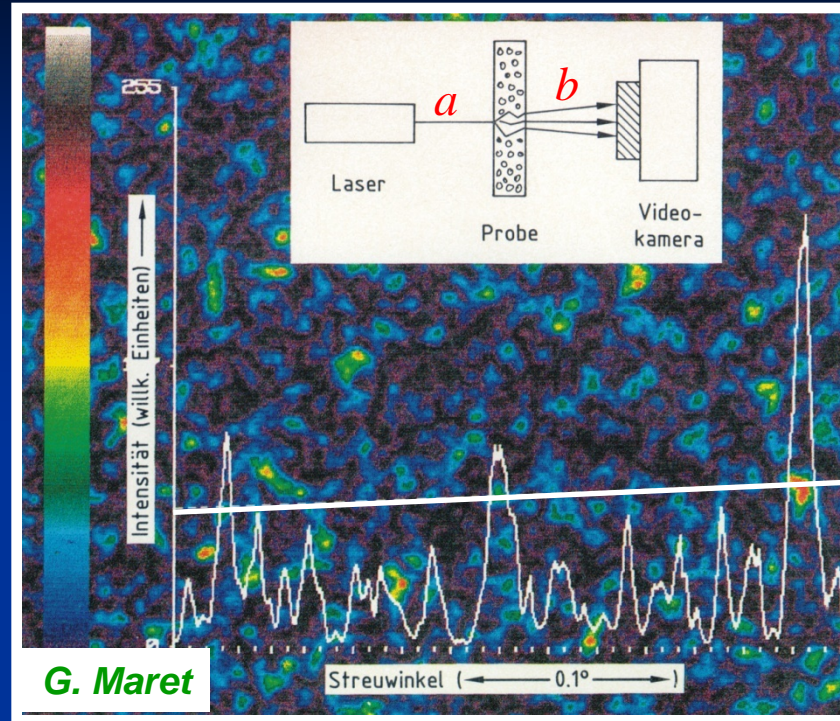
# Fluctuations universelles de conductance



« Figure d'interférence » complexe qui dépend de la configuration précise du désordre dans l'échantillon

$$\delta G = \sqrt{G^2 - \bar{G}^2} \sim \frac{e^2}{h}$$

Cf. Speckle en optique

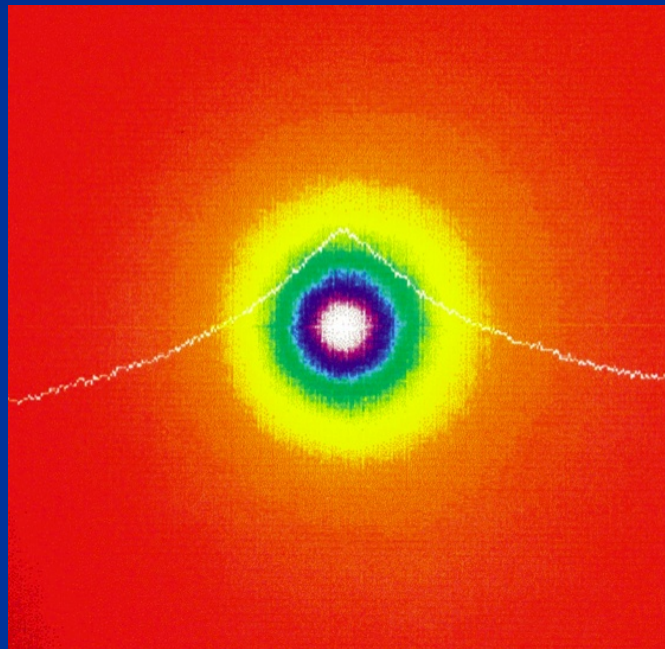


Speckle - Tavelure en optique

Analogies électronique - optique

conductance - coefficient de transmission

# Rétrodiffusion cohérente de la lumière

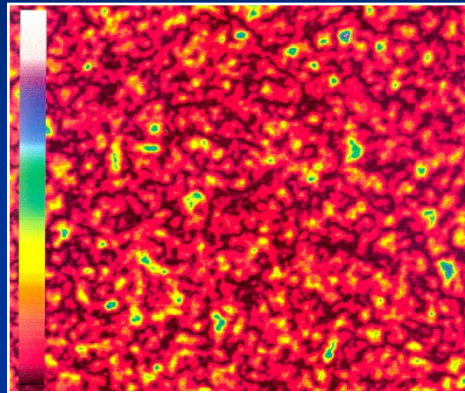


*G. Maret, constance*

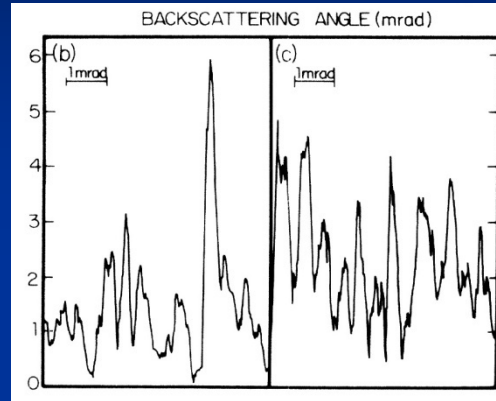
Diffusion multiple en optique

# Dépendance angulaire de l'intensité réfléchi

'speckle' ou tavelure

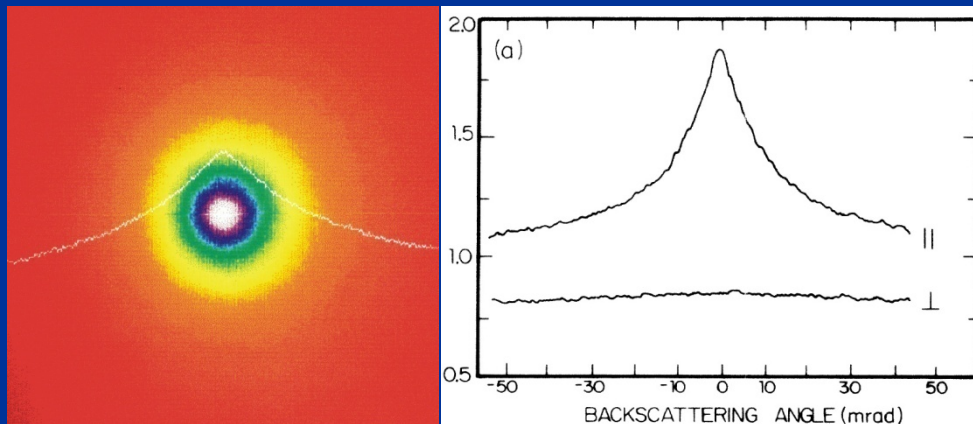


Une configuration de désordre



dépendance angulaire

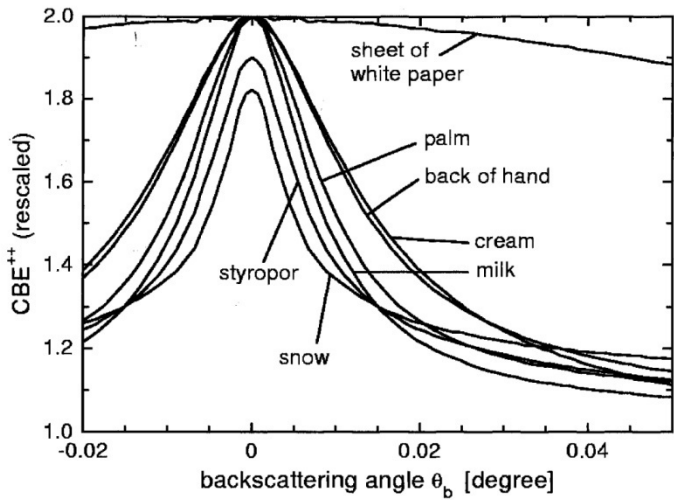
Moyenne



En moyenne l'intensité est uniforme, sauf autour de la direction de rétrodiffusion

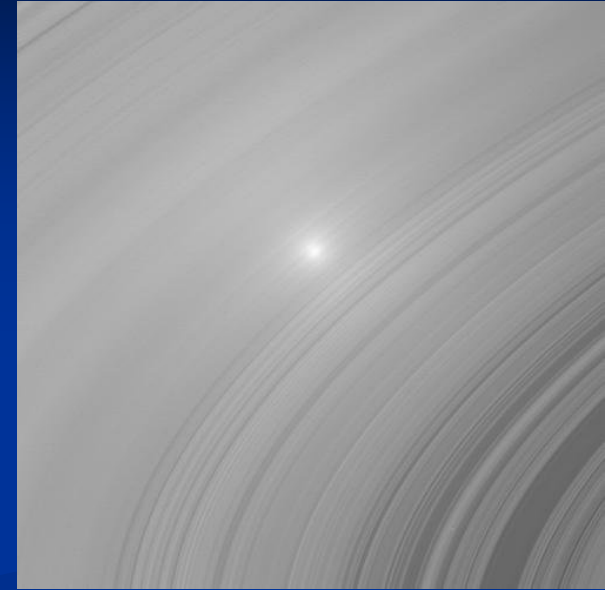
→ Il existe un mécanisme qui survit à la moyenne sur le désordre :

« Rétrodiffusion cohérente »

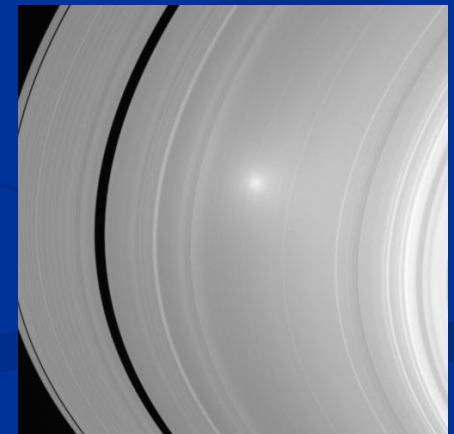
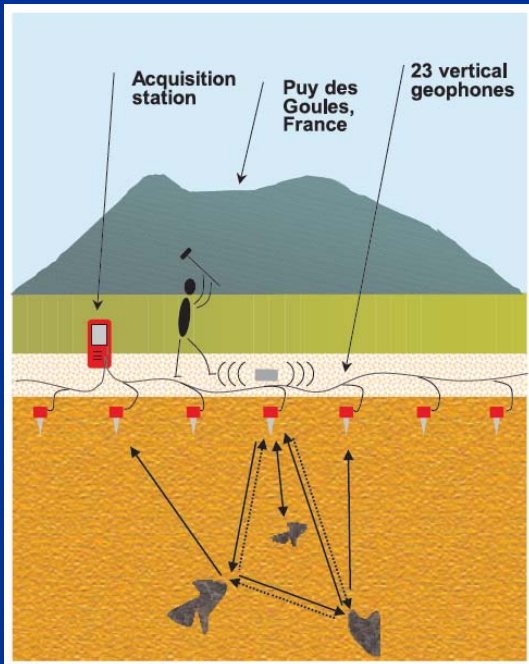


Et aussi diffusion multiple de la lumière par un gaz d'atomes froids, par les anneaux de Saturne !

et aussi téflon,  $\text{TiO}_2$ , craie, etc...



diffusion multiple d'autres ondes, e. m., acoustiques, sismiques



Anneaux de saturne,  
Cassini 2006, NASA

Au lieu de

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m}$$

Une nouvelle description du transport électronique :

La formule de Landauer

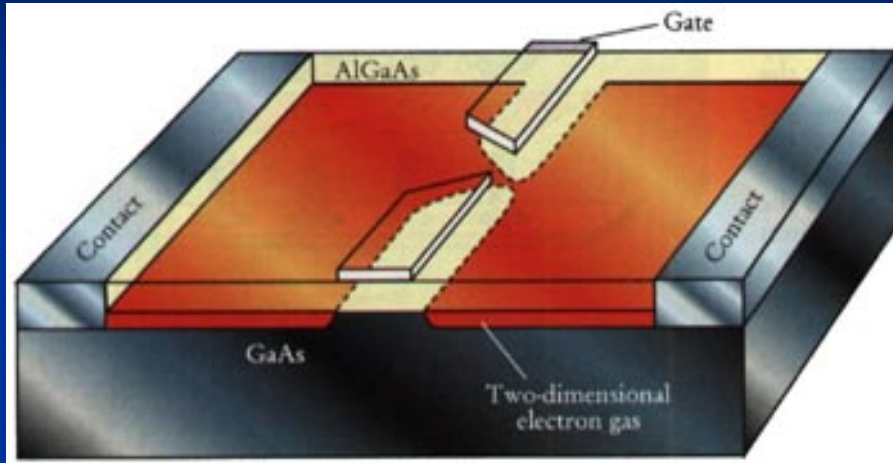
$$G = 2 \frac{e^2}{h} T$$

La conductance est un coefficient de transmission

Analogies avec l'optique, les guides d'onde

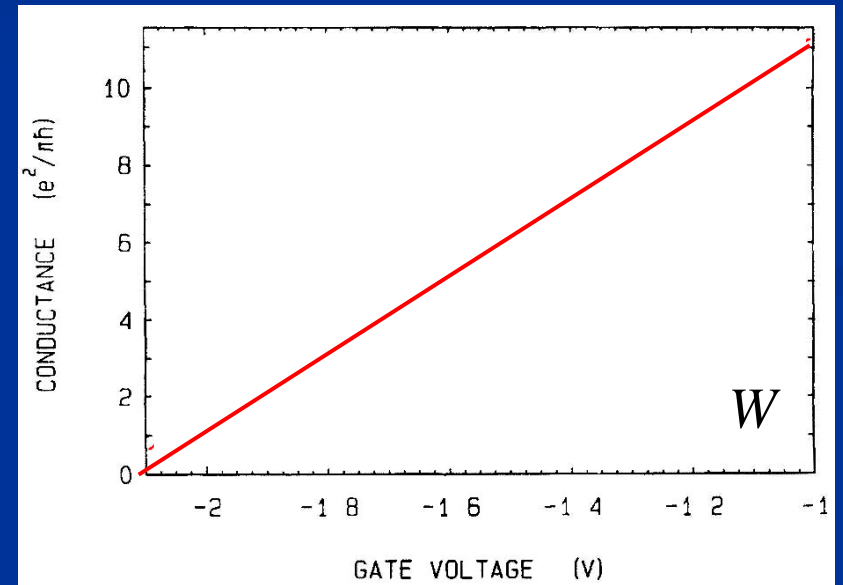
# Quantification de la conductance (1988)

## Un point contact quantique



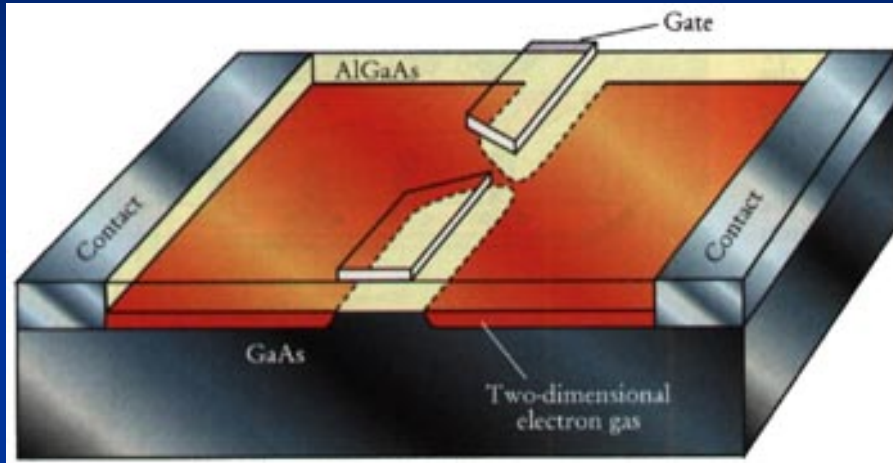
## Classiquement

$$G \propto W$$

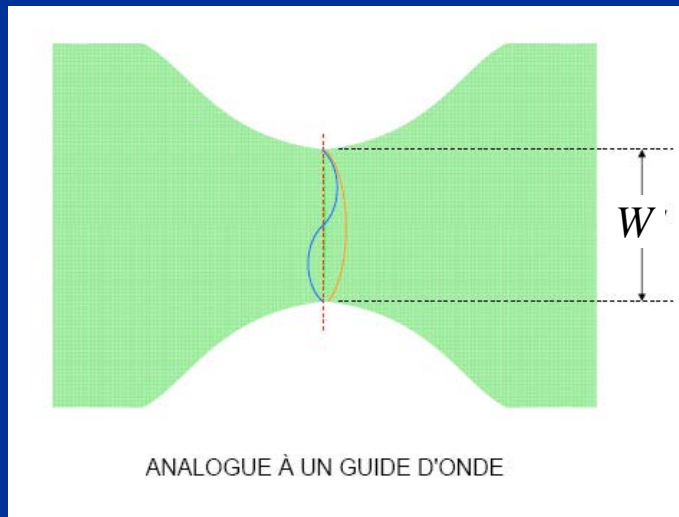
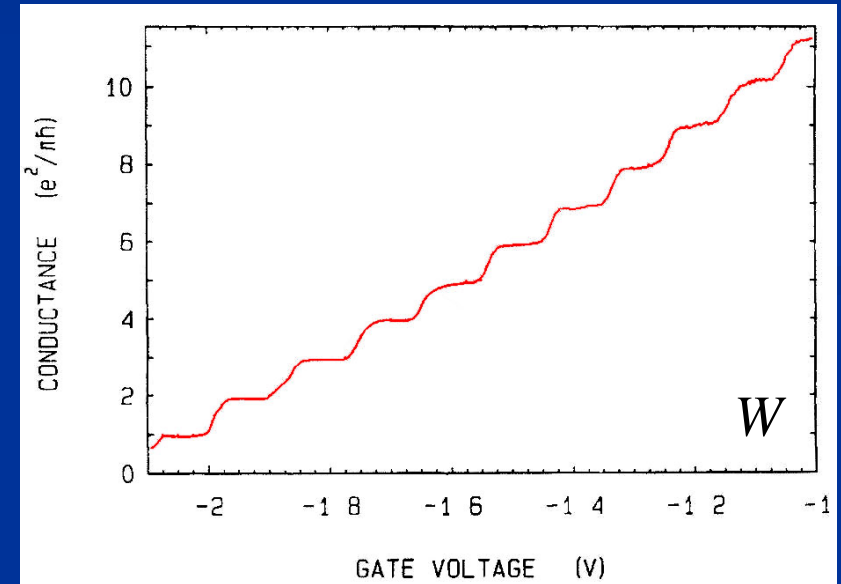


# Quantification de la conductance (1988)

## Un point contact quantique



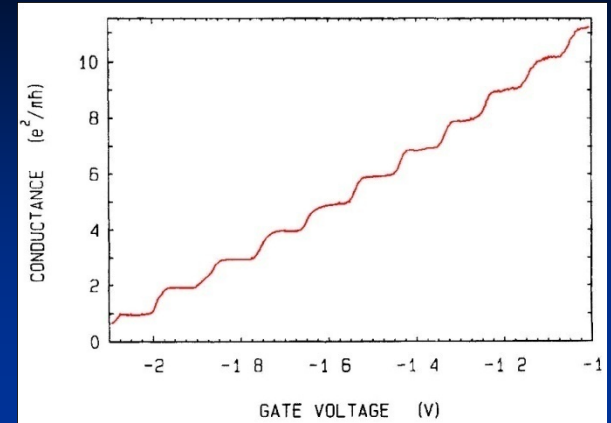
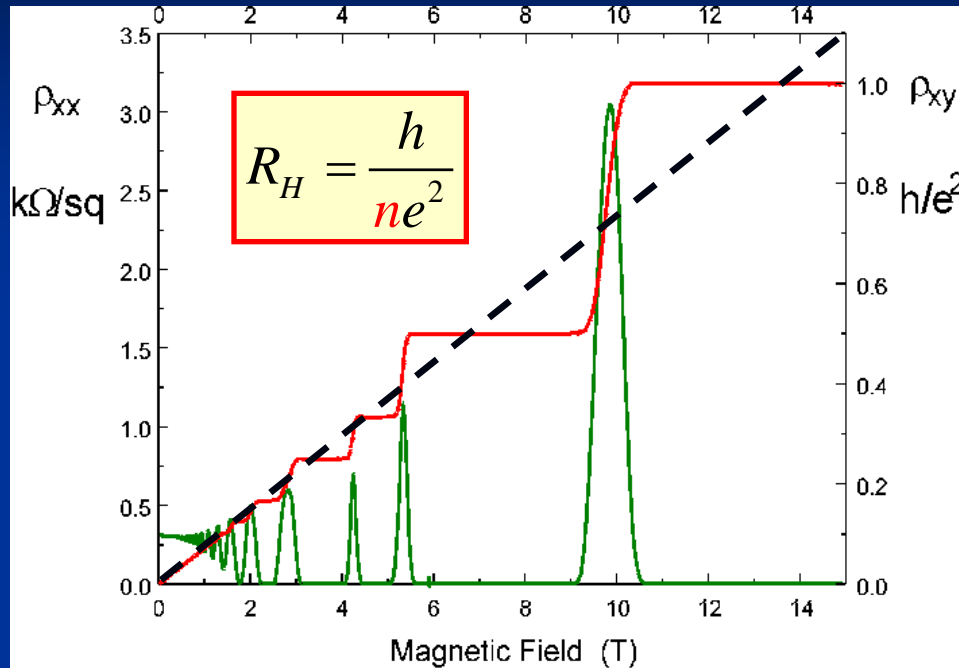
$$G = 2 \frac{e^2}{h} M = 2 \frac{e^2}{h} \text{int} \left[ \frac{2W}{\lambda_F} \right]$$



$\frac{e^2}{h}$  Quantum de conductance



# L'effet Hall quantique (1981)

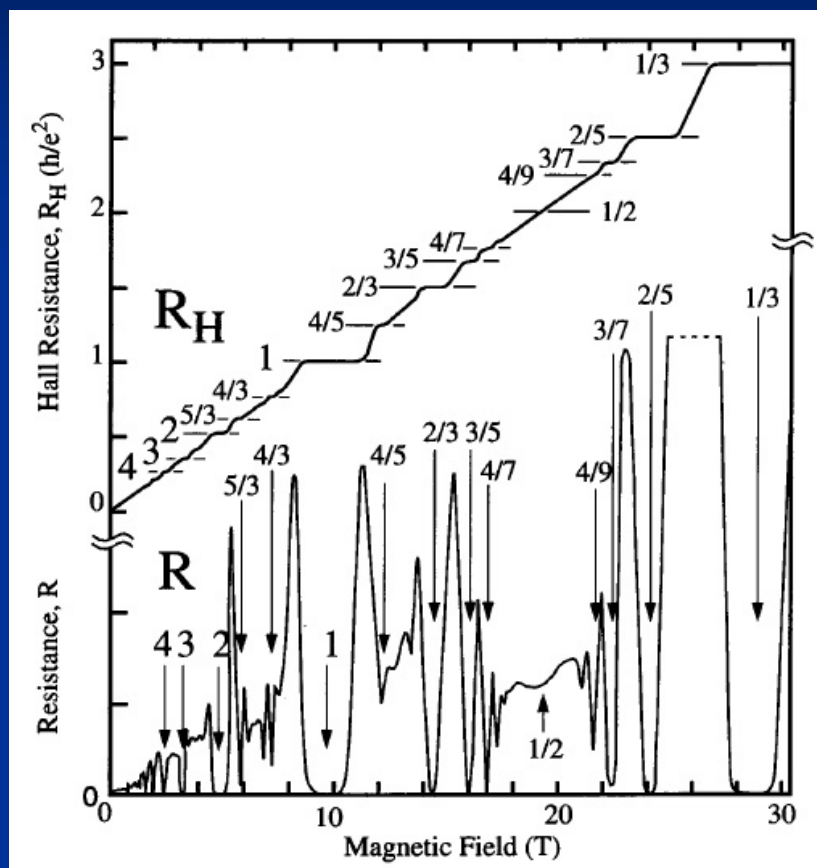


cf. quantification de la conductance,  
mais ici très grande précision

→ Etalon de résistance

$$R_K = \frac{h}{e^2} = 25812,807449(86) \Omega$$

# L'effet Hall quantique fractionnaire (1983)

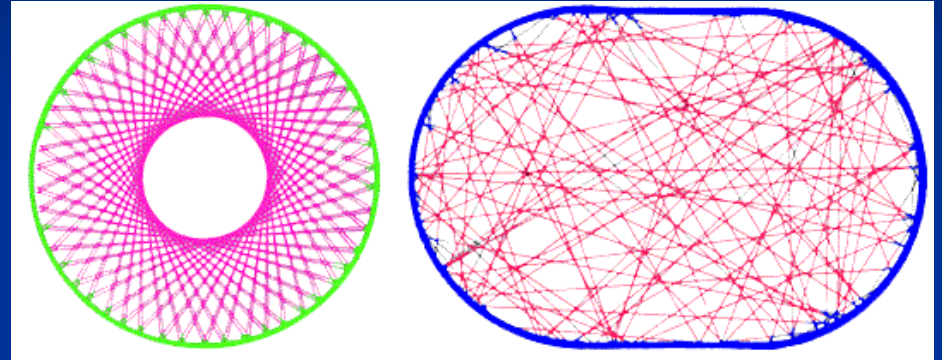
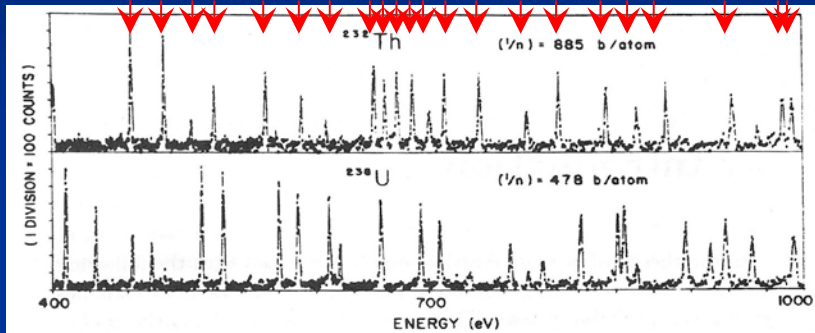


$$R_H = \frac{q}{p} \frac{h}{e^2}$$

Mise en évidence de charges fractionnaires !

# Théorie des matrices aléatoires

Décrire les niveaux d'énergie d'un système complexe



Noyaux

Billards quantiques

Autres systèmes quantiques

atome d'hydrogène sous champ magnétique

systèmes désordonnés (métaux)

Modes acoustiques, mécaniques, électromagnétiques

Zéros de la fonction  $\zeta$  de Riemann

