

- La TDJ est un outil mathématique d'aide à la décision
  - Maths introduites au XX<sup>e</sup> siècle sur des résultats profonds et difficiles
  - Une branche bien vivante encore : ex. des jeux à champ moyen pour l'étude de foules (éco ou sociales)
- Exemples d'applications :
  - Économie, Finance
  - Enchères, systèmes de votes, de matching (Google ads...)
- Objectifs du cours
  - Valeur d'un jeu à somme nulle, équilibres de Nash d'un jeu,...
  - Parcourir un grand nombre d'exemples pour développer une culture "jeux"
- Pour qui ?
  - Un cours d'ouverture par rapport au PA, qui repose sur des maths difficiles et intéressantes
  - A des résonances avec le cours de RO

# MAP 551 : Systèmes dynamiques pour la modélisation et la simulation des “milieux réactifs” multi-échelles

**Systèmes Dynamiques : un champ mathématique très riche (Cauchy Lipschitz Poincaré)**

$$d_t U = F(t, U, \lambda) \quad t \in \mathbb{R} \quad \lambda \in \mathbb{R}^p$$

$$U(t = 0) = U_0 \quad U(t) \in \mathbb{R}^n$$



- **Modélisation mathématique**
- **Méthodes mathématique d'analyse**
- **Méthodes et analyse numériques théorique**
- **Simulation précise et efficace**

Marc Massot CMAP - [marc.massot@polytechnique.edu](mailto:marc.massot@polytechnique.edu)



Laurent Séries

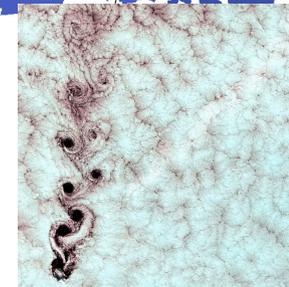
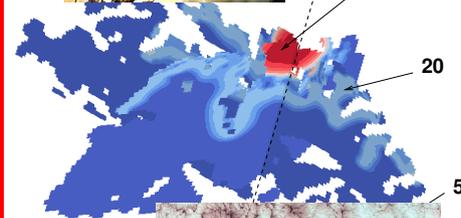
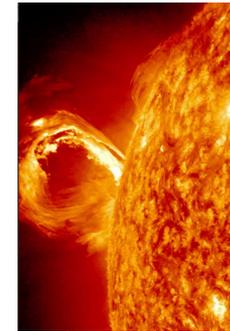


Guillaume Dujardin



Quentin Houssier

**« Milieux Réactifs » : très large spectre d'applications**



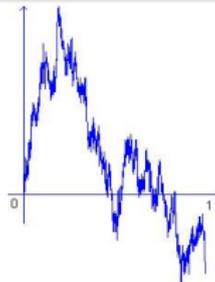
Liens NASA, SpaceX, Stanford, ONERA, CNES, VKI

- PC avec des Notebooks
- Comptes-Rendus
- Conférence Chaos
- Projet final et soutenance





Evolution du NASDAQ



Marche aléatoire **changée d'échelle**

$$M_t^n := \frac{1}{\sqrt{n}} S_{\lfloor nt \rfloor}, \quad S_n := \sum_{k=1}^n X_k, \quad X_k = d \frac{1}{2} (\delta_{\{-1\}} + \delta_{\{1\}})$$

Mouvement Brownien, intégrale stochastique, calcul différentiel

⇒ Lien Probabilité et équations aux dérivées partielles

⇒ Couverture des risques, modèle de Black-Scholes

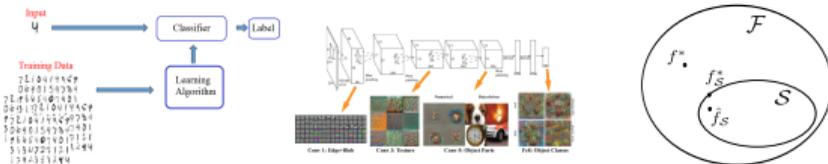
TP hebdomadaires (30% de la note finale)

2 devoirs de maison (30% de la note finale)

**Travail régulier INDISPENSABLE**

Suivi pour les stages en finance

# MAP 553 - Foundations of Machine Learning - Goal



## Goal

- Master the **statistical learning** framework and its challenges.
- Know the inner machinery of the most classical supervised and unsupervised **ML methods** to understand their strengths, limitations and connections.
- Understand some **optimization** tools used in ML as well as some **theoretical aspects** of ML.
- Not a course on practical tricks to use machine learning in a data product, but but **numerical labs** for every lecture! !

## Evaluation

- A numerical lab (5 pt) and a *kaggle* challenge (5 pt)
- An exam (10 pt)

## 9 Lectures (Monday 8h30-10h30)

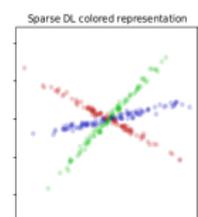
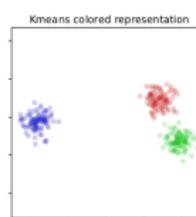
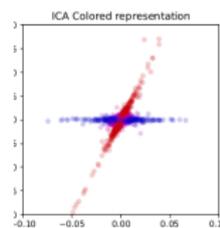
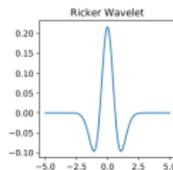
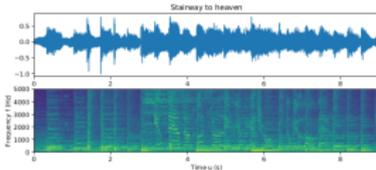
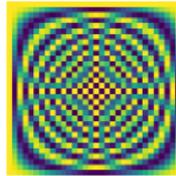
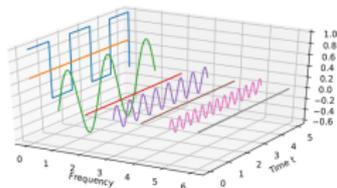
- Statistical Learning: Introduction and Cross Validation
  - Supervised Learning: Probabilistic Point of View
  - Supervised Learning: Optimization Point of View
  - (Not)Supervised Learning: Intro, Unsupervised Learning and Metrics
  - Feature Design
  - Optimization, Gradient Descent Algorithms and More
  - Deep Learning
  - (Not)Supervised Learning: Generative Modeling
  - Bonus!
- 
- For more information: Erwan Le Penec



[Erwan.Le-Pennec@polytechnique.edu](mailto:Erwan.Le-Pennec@polytechnique.edu)

# MAP 555 : Signal Processing from Fourier to Machine Learning

R. Flamary



## 1. Fourier analysis and analog filtering

Fourier Transform, convolution, analog signal processing.

## 2. Digital signal processing

Sampling, Fast Fourier Transform (FFT), Image processing.

## 3. Random signals

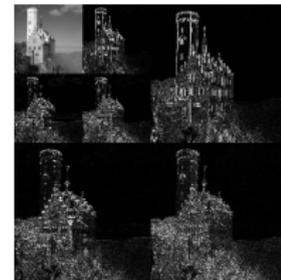
Noise stochastic processes, linear modeling and filtering.

## 4. Signal representation and dictionary learning

Non-stationarity, Short Time FT, wavelets, DCT, dictionary learning.

## 5. Signal processing with machine learning

Learning representations, generating realistic signals.



g mountain  
alley from t  
If a dread o  
morning cam



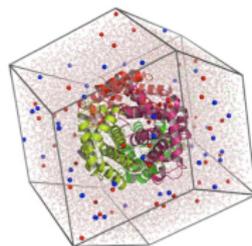
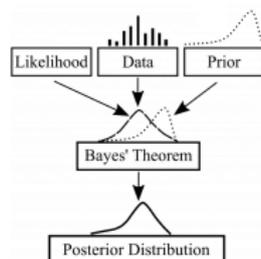
Courses + practical sessions in Python

# What are Monte Carlo methods?

- Computation of integral with respect to  $\mu$  on  $(\mathbf{X}, \mathcal{X})$ :

$$\int_{\mathbf{X}} f(x) d\mu(x) . \quad (1)$$

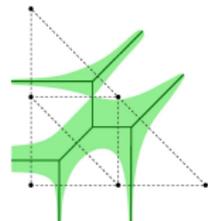
- Simulation of a target distribution  $\pi$  on  $(\mathbf{X}, \mathcal{X})$ : applications to statistics/machine learning and molecular dynamics



- Goal of the course:
  - master classical Monte Carlo methods;
  - theoretical properties of these methods
  - understand sources of errors and quantify the corresponding uncertainties on the results.

# MAP 557: Recherche opérationnelle

**Applis:** Production de l'énergie, Transport, Optimisation des réseaux télécom, Centres d'appels, Optimisation du revenu & aussi maths



**Cours:** *Bases:* Polyèdres, Programmation linéaire en nombres entiers, Flots, Branch and Bound, Programmation dynamique stochastique; *Outils avancés:* programmation semi-définie.

**Débouchés:** 4A pro ou PhD track: [Berkeley](#), [Columbia](#), [Cornell](#), [MIT](#), [Montreal](#), [TU-Berlin](#), [TU-Munchen](#), [ETH Zurich](#), France: Master Optim Paris Saclay, COCV/Math model (Paris 6), MPRO.

[Air France](#), [EDF](#), [Orange](#), [Bouygues](#), [RTE](#), [SNCF](#), ... et des startups ont des groupes spécialisés en RO/Optimisation.

NB: [Projets d'approfondissement industriels ou recherche](#), option.

**Équipe:** S. Gaubert (CMAP/INRIA), X. Allamigeon (CMAP/INRIA), E. Gourdin (Orange), F. Meunier (ENPC).

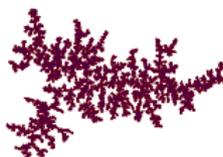
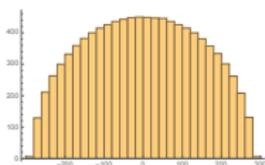
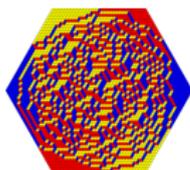
# MAP 575: Advanced probability topics (P1)

Instructor: **Igor Kortchemski** – *The course is delivered in English.*

↪ **Pedagogical goal:** provide a deep understanding of modern probability theory through the use of measure theory, and to see applications in different models.

↪ **Skills acquired:** mathematical strength, communication skills in English, synthesis capacity, teamwork, maturity and focus.

↪ **Examples of models:** percolation, random matrices, Brownian motion.



↪ **What for?** (1) forge **intuition** (2) see **nice results** (3) become familiar with concepts used in other 3A courses and later in M2 courses (4) have **solid foundations** to apply probability, in a **PhD** or in **business** (a good understanding of probability theory is essential in order to be able to orient oneself in the world of applications and to innovate there).

↪ **Evaluation:** The evaluation is based on an oral presentation of a **research or overview article** on a model, done by **pairs**.



Numerus clausus rapidement atteint.

# Feedback from the 20 students in 2023-2024:

Interest: overall, for you the course was (between 1 and 6 with 1 very annoying, 6 super interesting)

Average result: 5.4/6

1 2 3 4 5  6

Usefulness: given the offer of the courses in École polytechnique, how do you find the existence of this course (between 1 and 6 with 1 not useful at all, 6 absolutely necessary)

Average result: 5.4/6

1 2 3 4 5  6

Workload: the amount of work for this course was (between 1 and 6 with 1 way too heavy, 6 not at all enough)

Average result: 3.5/6

1 2 3  4 5 6

Global difficulty: (between 1 and 6 with 1 very trivial, 6 way too difficult)

Average result: 3.7/6

1 2 3  4 5 6

Other comments and remarks

Excellent teaching

Other comments and remarks

I really enjoyed it, 10/10, would do it again

Other comments and remarks

Great course and well-balanced workload!  
Another aspect of what we can find at other X's courses!

Other comments and remarks

Thanks, best course at EPFL so far

Other comments and remarks

I feel like I understand probabilities fundamentally better after this course. Thank you.

# MAP576 - Sujets émergents dans l'Apprentissage Machine (M. Lerasle et L. Massoulié)

- **But:** comprendre les outils mathématiques fondamentaux permettant d'analyser des algorithmes de ML.
- **2 parties:** minimisation du risque empirique et détection de communautés
- **Exemples de méthodes développées:** techniques de localisation, concentration de la mesure, méthodes spectrales, relaxation SDP.
- **Validation:** lecture d'articles (présentation en classe).
- **Bilan 2022-2023:** 27 inscrits (18 A, 9 B)



# Emerging Topics in Machine Learning - MAP578/588

▷ Objectif: découvrir certains des grands enjeux actuels en apprentissage

## **P1 – MAP 578**

Collaborative & reliable learning

Aymeric Dieuleveut  
El Mahdi El Mhamdi

- Distributed and decentralized optimization
- Privacy preserving learning
- Robustness
- Fault tolerance
- Alignment

## **P2 – MAP 588**

Computational Optimal Transport for ML  
and generative modeling

Marylou Gabrié  
Rémi Flamary

- Introduction to optimal transport (OT)
- Applications of OT to machine learning
- Introduction to deep latent generative models
- Diffusion based models

▷ Organisation du cours:

- Introductions aux concepts
- Projets en groupe: lecture, implémentation et présentation d'article

# Emerging Topics in ML (MAP578 P1, MAP588 P2)

**Objectif: découvrir certains grands enjeux actuels de l'apprentissage**

## **MAP578 - P1**

*Collaborative and reliable Learning*

Aymeric Dieuleveut  
El Mahdi El Mhamdi

Distributed and decentralized optimization  
Privacy preserving learning Robustness, fault  
tolerance, alignment.

## **MAP588 - P2**

*Statistical Physics & Optimal Transport  
ML*

Rémi Flamary  
Marylou Gabrié

...

Organisation:

- 1 Introduction au concept
- 2 Projets en groupe, implémentation et présentation d'articles et de développements récents.

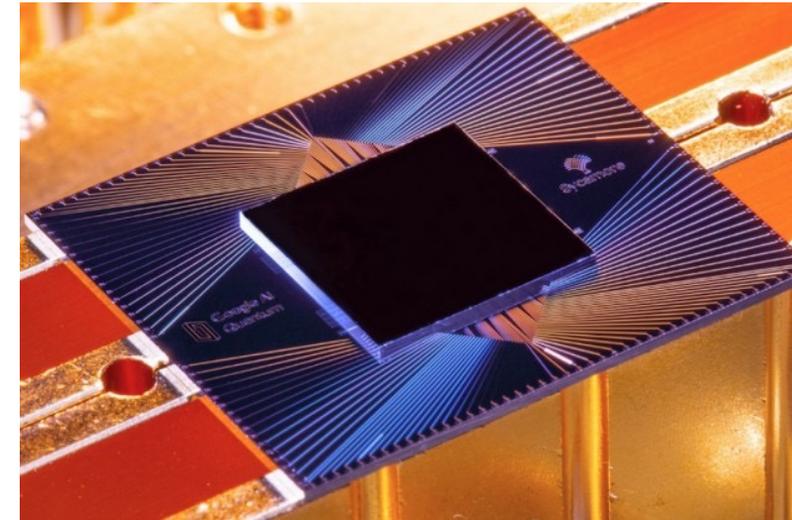


**Topic:** mathematics behind the recent fast progress towards realization of quantum processors?

**Main actors:** Academic groups (US, EU, China, Canada), private giants (e.g. Google, IBM, Amazon, Microsoft), startups (e.g. Pasqal and Alice&Bob in France)

**Main features for mathematical modelling (richness and complexity):**

1. **Schrödinger equation** replaces classical Newton's laws: qubits and quantum oscillators
2. **Entanglement** and **tensor product** for composite systems: model reduction and numerical methods, control and optimization, logical gates and state preparation
3. **Randomness** and **irreversibility** induced by measurements : stochastic systems, Markov chains, Martingales and their stability, quantum memory and error correction



Google's Sycamore quantum processor

# MAP 562 : Optimal design of structures

Benjamin Bogosel

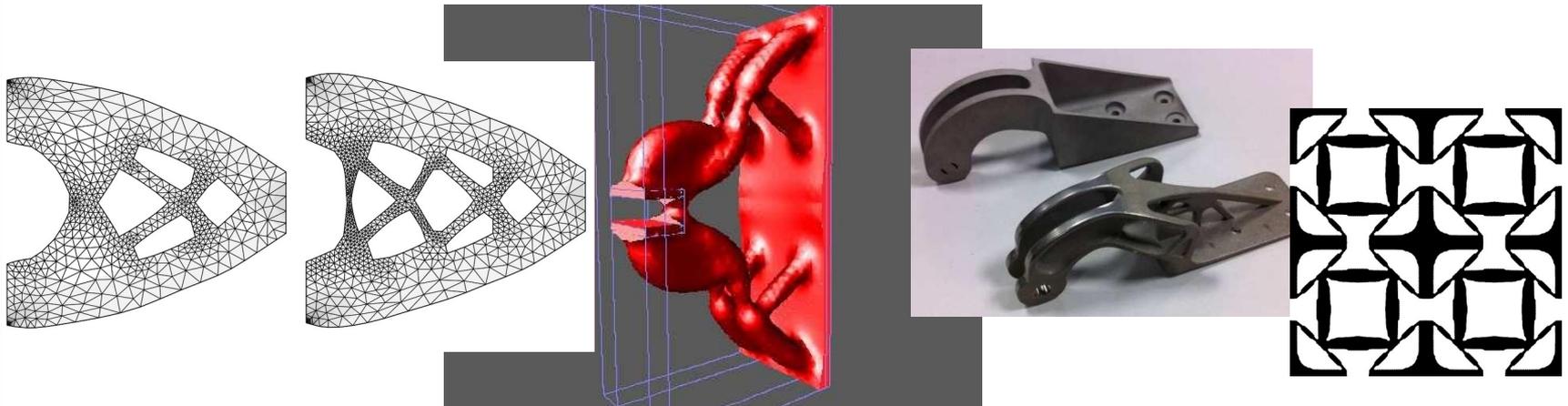
benjamin.bogosel@polytechnique.edu

Application des outils de modélisation mathématique, de calcul numérique et d'optimisation à la conception de structures mécaniques

Prérequis: analyse variationnelle des équations aux dérivées partielles (MAP431)

Cours/PC/TP intégrés en une seule séance les mercredis de 14h15 à 18h30

Pas d'examen final mais un contrôle continu sous forme de comptes-rendus et de scripts FreeFem++ à rendre à la suite de chaque chapitre



## Cours de probabilités :

- processus markovien de sauts
- mouvement brownien et diffusions
- processus de coalescence



Then between A & B. various  
 size of deletion. C & B. The  
 first prediction, B & D  
 rather greater distinction  
 than genes would be  
 formed. - binary relation

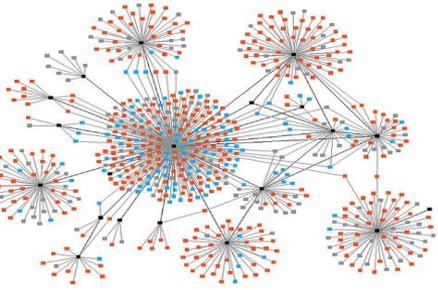
## Questions :

Etude en temps long, prédiction ;  
 approximation en grande  
 population ; généalogies.

## Notions biologiques :

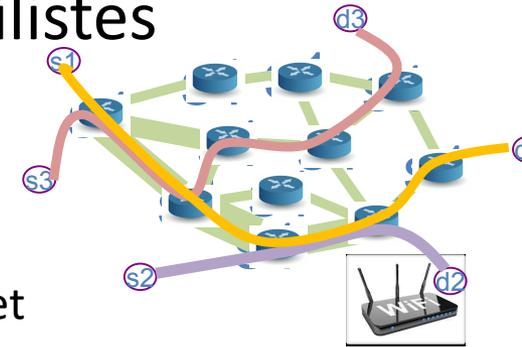
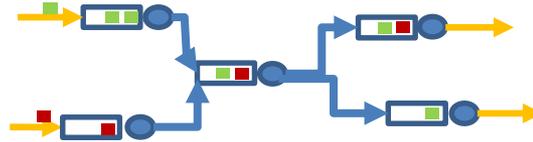
Division cellulaire, déplacement  
 aléatoire, compétition, naissance  
 et mort, contamination, mutation.

## Réseaux sociaux et de communication: modèles et algorithmes probabilistes



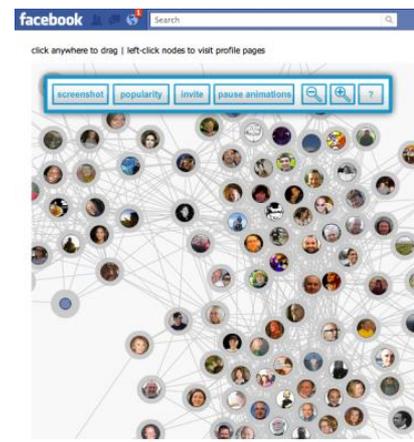
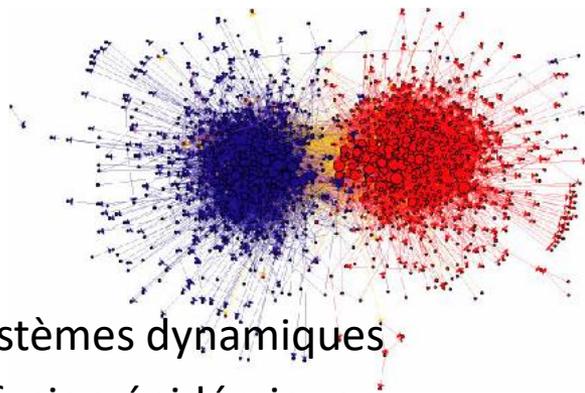
### Motivations:

- Gestion des transmissions dans: réseaux sans fil, routeurs, Internet
- Propagation de rumeurs dans les réseaux sociaux et «viral marketing »
- Algorithmes épidémiques ou de « gossip » (réseaux pair-à-pair, de capteurs)
- Structure des réseaux (de petit monde, en communautés, en loi de puissance): son impact, comment l'inférer



### Cadre mathématique:

- Chaînes de Markov et leur stabilité
- Optimisation convexe, stabilité de systèmes dynamiques
- Graphes aléatoires, processus de diffusion épidémique
- Algorithmes spectraux de détection de communautés
- Processus de Poisson et de Markov à temps continu, files d'attente



### Objectifs et contenu du cours

- Présenter un panorama rigoureux de techniques statistiques modernes permettant de répondre à des questions fondamentales de modélisation et d'estimation se posant en pratique.
- Séries temporelles linéaires et non linéaires, statistique des événements extrêmes, dépendances en grande dimension, statistique des processus à temps continu...
- Approche quantitative de la statistique, pas uniquement packages/toolbox.
- Mémoire sur données réelles obligatoire.
- Prérequis : cours de Statistiques de 2e année.
- Préparation notamment à : M2 en Statistiques, Data Science, Finance Quantitative.

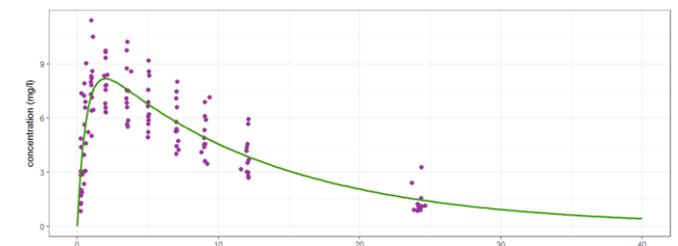
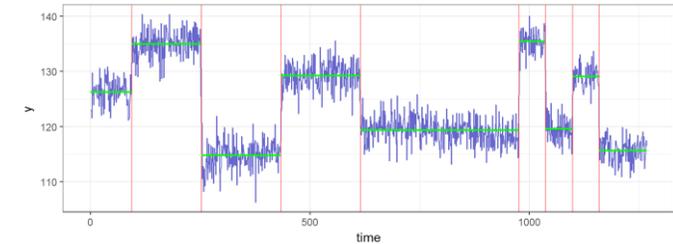
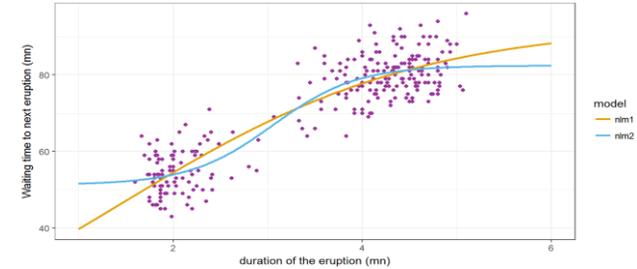
# MAP566 Statistics in Action

**Objectif** : face à un problème pratique, apprendre à utiliser le bon outil statistique pour modéliser des données, comparer des échantillons, restaurer un signal ou une image,...

## Démarche :

- Utilisation de données réelles (pharmacologie, toxicologie, génomique,...)
- Formalisation rigoureuse du problème posé
- Utilisation de R pour résoudre ce problème
  - Packages R existants
  - Implémentation d'algorithmes (segmentation, Gibbs sampler, EM, ...)

**Site web** : [sia.webpopix.org](http://sia.webpopix.org)



# TRANSPORT ET DIFFUSION

MAP/MAT 567, F. GOLSE, G. RAOUL, (G. ALLAIRE)

Renseignements pratiques sur Moodle: <https://moodle.polytechnique.fr>

Modèles de transport et diffusion de particules, analyse et méthodes numériques. Applications typiques: neutronique, transfert radiatif, dynamique des populations structurées.

Pas de prérequis stricts (mais avoir suivi un cours de MAP ou MAT en 2ème année).

Fonction de répartition:  $f(t, x, v)$  avec  $t =$  temps,  $x =$  espace,  $v =$  vitesse (ou autre chose).

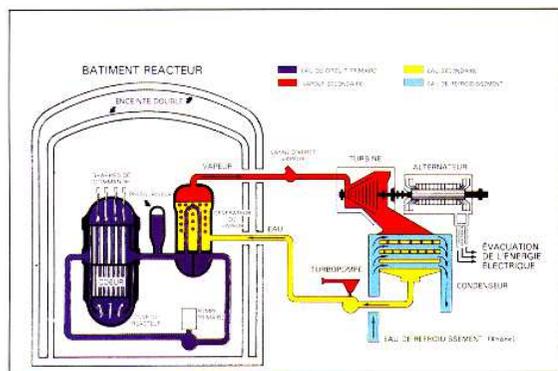
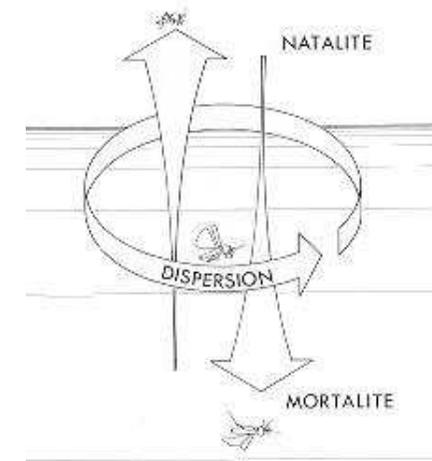
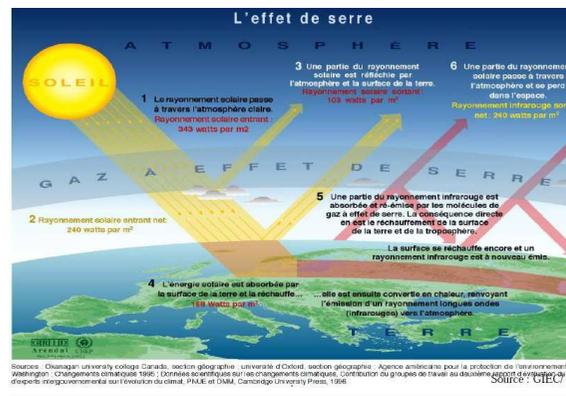
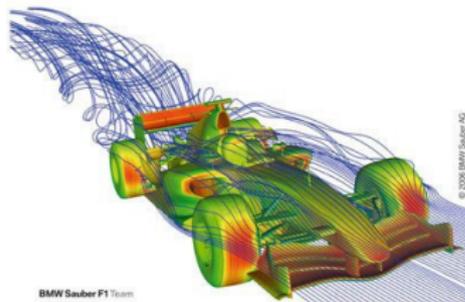


schéma de principe d'un REP



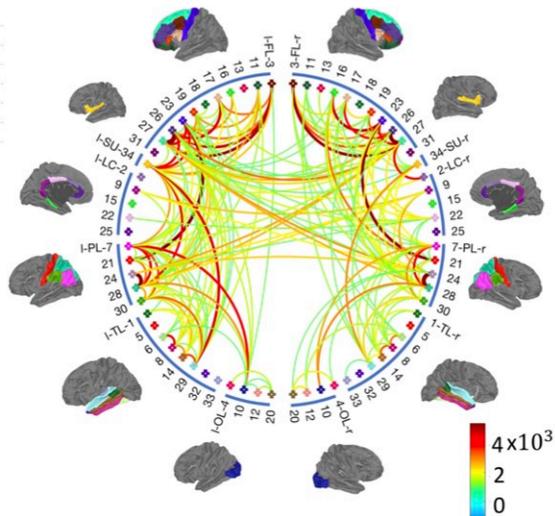
# Gestion des incertitudes et analyse de risque (MAP568)

Comment gérer les incertitudes dans les modèles et simulations numériques (en physique, en ingénierie, en épidémiologie, ...) ?

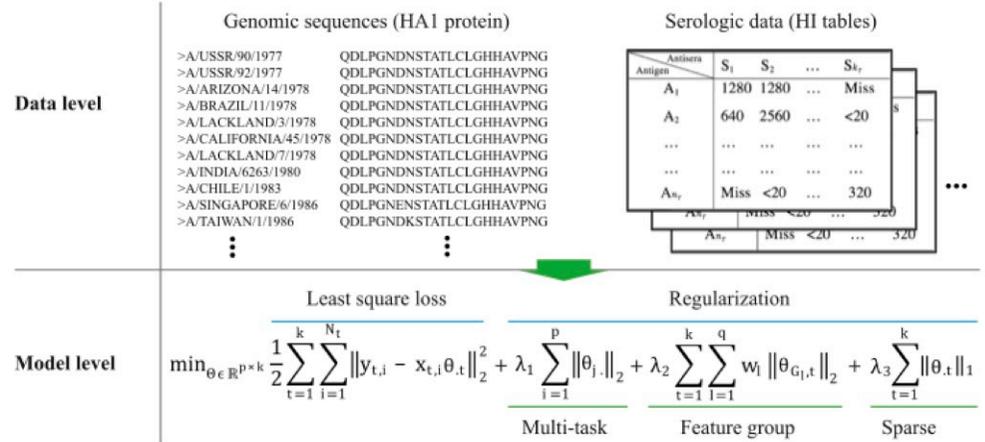
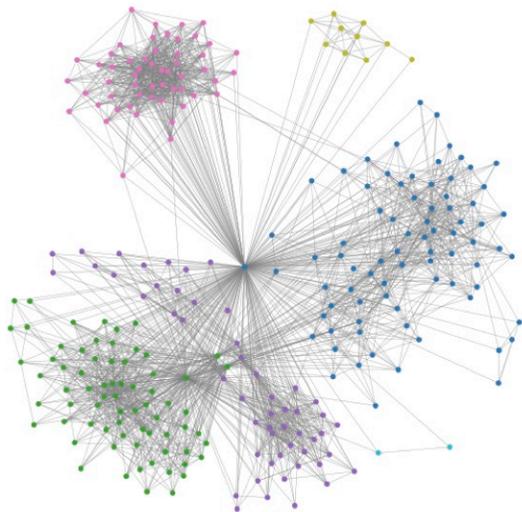


- ▶ **Sources d'incertitudes** : paramètres physiques, conditions environnementales, erreurs de fabrication et de mesure, erreurs de modèles.
- ▶ **Gestion des incertitudes** : quantifier la confiance en les prédictions et les décisions issues de modèles et simulations.
- ▶ Objectif du cours : présenter des méthodes permettant de modéliser, de caractériser et d'analyser les incertitudes.  
↳ **Modélisation probabiliste.**

# MAP569: Advanced Statistical Learning



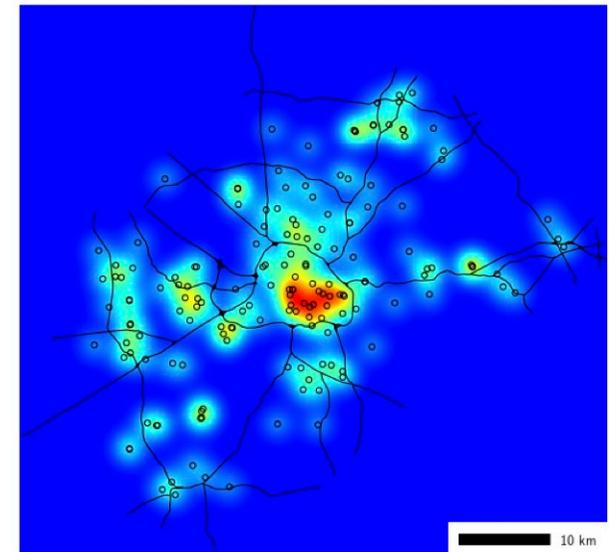
$$f(A) := -\frac{1}{2\pi i} \oint_{\gamma} f(z) R_A(z) dz$$



## Topics:

- Linear Model
- Statistical Learning theory
- High-dimensional Statistics
- Unsupervised Learning
- Nonparametric Statistics

Theoretical Foundations and some applications



# Machine Learning for Scientific Computing and Numerical Analysis

## Contexte

- ▶ Domaine de recherche récent basé sur l'apprentissage et le calcul scientifique
- ▶ Intégration naturelle des données dans la simulation numérique
- ▶ Développement de nouvelles méthodes robustes, efficaces et interprétables
- ▶ Premier cours de maths sur ce sujet à l'École Polytechnique

Équipe pédagogique

Syllabus

Applications

Évaluation

Hadrien Montanelli

Samuel Kokh

Loïc Gouarin

hadrien.montanelli@inria.fr

samuel.kokh@cea.fr

loic.gouarin@polytechnique.edu

The logo for Inria, featuring the word "Inria" in a stylized, red, cursive script.

## Contexte

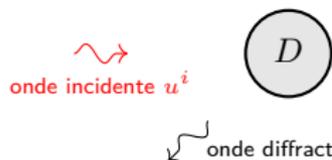
- ▶ Domaine de recherche récent basé sur l'apprentissage et le calcul scientifique
- ▶ Intégration naturelle des données dans la simulation numérique
- ▶ Développement de nouvelles méthodes robustes, efficaces et interprétables
- ▶ Premier cours de maths sur ce sujet à l'École Polytechnique

Équipe pédagogique

Syllabus

Applications

Évaluation



$\Delta u^s + k^2 u^s = 0$  in  $\mathbb{R}^2 \setminus \overline{D}$   
 $u^s = -u^i$  on  $\partial D$

Apprentissage : algorithmes et théorie

Résolution d'EDPs par apprentissage

Apprentissage d'opérateurs

# Machine Learning for Scientific Computing and Numerical Analysis

## Contexte

- ▶ Domaine de recherche récent basé sur l'apprentissage et le calcul scientifique
- ▶ Intégration naturelle des données dans la simulation numérique
- ▶ Développement de nouvelles méthodes robustes, efficaces et interprétables
- ▶ Premier cours de maths sur ce sujet à l'École Polytechnique

Équipe pédagogique

Syllabus

Applications

Évaluation

Modèle coûteux

Modèle résolu répétitivement

Modèle incomplet

Inversion du modèle

Dynamique moléculaire

Conception des matériaux

Combustion turbulente

Imagerie (radar et IRM)

# Machine Learning for Scientific Computing and Numerical Analysis

## Contexte

- ▶ Domaine de recherche récent basé sur l'apprentissage et le calcul scientifique
- ▶ Intégration naturelle des données dans la simulation numérique
- ▶ Développement de nouvelles méthodes robustes, efficaces et interprétables
- ▶ Premier cours de maths sur ce sujet à l'École Polytechnique

Équipe pédagogique

Syllabus

Applications

Évaluation

PCs avec des notebooks

Compte-rendus des PCs (70%)

Mini-projet

Soutenance (30%)



# MAP583: Deep Learning

DATA  
FLOWR



Check the resources online:  
<http://www.dataflowr.com>

A practical tour of Deep Learning. Take this course if you like coding and want to:

- implement your CNN, RNN, Autoencoders, GANs, siamese networks, transformers... from first principles.
- understand what is transfer learning, representation learning, self-supervision, autodiff, graph neural networks...
- work on a project building a state of the art neural network architecture.



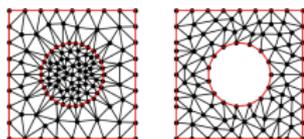
Winners of Turning Award NEW YORK TIMES

“If only I had followed this course... we’d already be on Mars...” **Elon M.**  
“Best course ever! Now I can understand Yann!” **Mark Z.**

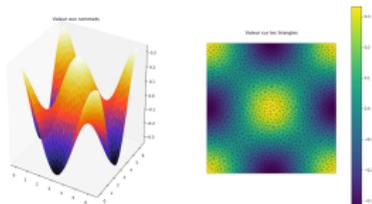
# MAP 584 - Mise en œuvre effective des éléments finis

(avec Python)

- ▶ **Objectif** : Implémenter de A à Z la méthode des éléments finis.
- ▶ **Format** : 6 séances de TP + 3 séances de Projet.
- ▶ **Notation** : 1 projet écrit à rendre individuellement.
- ▶ **Contenu** :
  - ▶ TPs : construction du solveur éléments finis sur un problème modèle ;
  - ▶ Projet : utilisation du solveur pour des problèmes plus complexes de mécanique des fluides.



Maillages construits avec la librairie  
Triangle de Python



Exemple de solution obtenue avec notre solveur EF

- ▶ **Prérequis** : Avoir suivi MAP 431 est préférable mais pas indispensable.
- ▶ **Enseignante** : Flore Nabet (CMAP)